

Série N°:2**EXERCICE N°1 :**

I/ Soit x un réel strictement positif tel que : $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$.

a- Développer $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ puis déduire la valeur de $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

b- Montrer que : $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{17}{4}$ puis déduire la valeur de $x^3 + \frac{1}{x^3}$.

II/ a, b, c et d étant quatre réels distincts.

a- Montrer que : $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$.

b- Ecrire le nombre : 61×113 sous la forme de somme de deux carrés.

EXERCICE N°2 :

I/ Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan et soient $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{v} = -\vec{i} - 3\vec{j}$

1/ Montrer que (\vec{u}, \vec{v}) est une base.

2/ Exprimer \vec{i} et \vec{j} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) .

3/ Soit $\vec{w} = \vec{i} - 2\vec{j}$, quelles sont les composantes du vecteur \vec{w} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) .

II/ Soit $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère cartésien du plan.

1/ Placer les points : A(2,1) ; B(4,2) ; C(-2,-1) ; E(1,-3) et F(5,-1) dans \mathcal{R} .

2/ Montrer que A, B et C sont alignés.

3/ Montrer que (BC) et (EF) sont parallèles.

III/ On donne un triangle ABC de centre de gravité G. Déterminer les coordonnées du point G dans chacun des repères suivants :

$$\mathcal{R}_1 = (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \quad \mathcal{R}_2 = (B, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) \quad \mathcal{R}_3 = (C, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}).$$

EXERCICE N°3 :

Soit $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan et soient A(1,3) ; B(5,1) et $\overrightarrow{CA} = \vec{i} + 7\vec{j}$

❶ Déterminer les coordonnées du point C dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

❷ a- Donner les composantes de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} dans la base (\vec{i}, \vec{j}) .

b- Déduire que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base.

❸ Déterminer dans \mathcal{R} les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC.

❹ Déterminer dans \mathcal{R} les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

❺ Montrer que ABC est un triangle isocèle.

❻ Soit $E(m^2, m + 1)$, $m \in \mathbb{R}$. Pour quelles valeurs de m le triangle BAE est rectangle en A.

EXERCICE N°4 :

Soit $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan et soient les points A(2,-1) et B(1,2).

❶ On pose : $\vec{u} = 3\vec{OA} - \vec{OB}$ et $\vec{v} = -\vec{OA} + \vec{OB}$

a- Déterminer dans la base (\vec{i}, \vec{j}) les coordonnées des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

b- Montrer que : (\vec{u}, \vec{v}) est une base de l'ensemble des vecteurs.

❷ a- Prouver que OAB est un triangle isocèle et rectangle.

b- Déterminer les coordonnées du point C tel que OACB est un carré.

EXERCICE N°5 :

I/ Soient les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$. Montrer que : (O, \vec{u}, \vec{v}) est un repère orthonormé du plan.

II/ Soit $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ et Soient les points A(2,4) ; B(5,1/2) et M(x,0).

a- Trouver x pour que : $\vec{AB} \perp \vec{BM}$.

b- Trouver x pour que : $\vec{AM} \perp \vec{BM}$

III/ Soit $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ et Soient les points A(2,3) ; B(5,0) ; C(2,-3) et D(-1,0).

a- Montrer que : $(AC) \perp (BD)$.

b- Montrer que ABCD est un losange.

EXERCICE N°6 :

Soit $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan et soient A(2,3) ; B(-2,1) et C(3,-2).

❶ Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

❷ Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

❸ Soit E un point de coordonnées (x, y) et soit le vecteur : $\vec{u} = \vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC}$

a- Exprimer le vecteur \vec{u} en fonction des nombres x et y.

b- Déterminer les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC.

❹ Soit F(a, a-3)

a- Déterminer a pour que le triangle ACF soit rectangle en A.

b- Calculer l'aire du triangle ACF pour la valeur de a trouvée.

❺ On prend a = 7, déterminer les coordonnées du point F dans le repère (A, \vec{AB}, \vec{AC})